Valószínűségszámítás és statisztika
1. gyakorlat
2015. 09. 11.

Információk

A gyakorlatok látogatása kötelező. Mivel ebben a félévben egy óra elmarad, maximum 4 hiányzás a megengedett, ellenkező esetben a gyakorlati jegyet meg kell tagadjam.

Jegyszerzési tudnivalók:

- Két ZH lesz. Időpontok: október 16. és december 11. (a gyakorlat idősávjában, a teremről később).
- Mindkét ZH-n 5 feladat lesz, mindegyik 10 pontos.
- Mindkét ZH-n legalább 15 pontot kell szerezni, ekkor tekinthető érvényesnek.
- A ZH-kon csak egy A4-es (297x210 mm) saját kézzel írott puska, az általam kiosztott táblázatok és nem programozható számológép használható (jegyzet, laptop, tablet, telefon stb. nem).
- Minden helyesen megoldott házi feladatra 2 pont jár.
- A ZH és házi feladat pontszámok összege alapján lesz megállapítva a gyakorlati jegy. A ponthatárok várhatóan nem lesznek szigorúbbak, mint 40-57-74-91.

Pótlás, javítás, gyakUV:

- A vizsgaidőszak elején lehetőség lesz a ZH-k pótlására, javítására. A javító eredménye felülírja az eredeti ZH eredményét.
- Az érvénytelen ZH-(ka)t kötelező újraírni.
- Amennyiben a javító ZH után még marad érvénytelen ZH, vagy az összpontszám nem éri el a 2-es ponthatárát, akkor a gyakorlati jegy 1-es, és gyakUV-ra kerül sor.
- GyakUV-n a teljes félév anyagából kell számot adni.

Személyes adatok:

Név: Bondici László

E-mail: bondici@cs.elte.hu

Honlap: www.cs.elte.hu/∼bondici

Elmélet

[Ismétlés nélküli permutáció] n elem összes lehetséges sorrendje:

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 1$$

[Ismétléses permutáció] n elem összes lehetséges sorrendje, ha közülük $k_1, \ldots, k_r$ darab megegyezik ($k_1+k_2+\ldots+k_r = n$):

$$\binom{n}{k_1, \ldots, k_r} = \frac{n!}{k_1! \cdot \ldots \cdot k_r!}$$

[Ismétlés nélküli kombináció] a lehetséges k-asok száma, ha n elemből k darabot egyesével kiveszünk, a kihúzás sorrendje nem számít (nem számozottak, címkézettek az elemek), és nem tesszük vissza a kihúzott elemeket:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

[Ismétléses kombináció] a lehetséges k-asok száma, ha n elemből k darabot egyesével kiveszünk, a kihúzás sorrendje nem számít (nem számozottak, címkézettek az elemek), és minden húzás után visszatesszük a kihúzott elemet:

$$\binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1)!}{k! \cdot (n-1)!}$$

[Ismétlés nélküli variáció] a lehetséges k-asok száma, ha n elemből k darabot egyesével kiveszünk, a kihúzás sorrendje számít (számozottak, címkézettek az elemek), és nem tesszük vissza a kihúzott elemeket:

$$\frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)$$

[Ismétléses variáció] a lehetséges k-asok száma, ha n elemből k darabot kiveszünk, a kihúzás sorrendje számít (számozottak, címkézettek az elemek), és minden húzás után visszatesszük a kihúzott elemet:

$$n^k$$

[Diszkrét valószínűség] Ω az elemi események, $\mathcal{A} \subset 2^\Omega$ az események. Ekkor $\mathbb{P}$ valószínűségi mérték, ha

- $\mathbb{P}(\Omega) = 1$,
- $\mathbb{P}(A) \geq 0, \forall A \in \mathcal{A}$,
- $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$, ha $A \cap B = \emptyset$.

Azonosságok: szita formula: $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$; komplementer esemény valószínűsége: $\mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - \mathbb{P}(A)$.

Feladatok

1. 2 érmével dobunk, majd még annyi érmével, ahány fejet az első két érmével kaptunk. Mik lesznek az eseménytér elemei?
2. Legyen A, B, C három esemény. Írjuk fel annak az eseménynek a valószínűségét, hogy közülük
   a) pont k esemény következik be.
   b) legfeljebb k esemény következik be.

   ($k = 0, 1, 2, 3$)
3. Mi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott 6 jegyű szám jegyei mind különbözőek?
4. Egy sakktáblára véletlenszerűen leteszünk 8 azonos bástyát. Mi a valószínűsége, hogy nem ütik egymást? (Egy bástya minden olyan bábut üt, mely vele azonos sorban vagy oszlopban áll.)
5. *Mintavétel:* Adott N különböző termék, amik közül M selejtes. Veszünk n elemű mintát
   a) visszatevés nélkül;
   b) visszatevéssel.

   Mennyi a valószínűsége, hogy az n termékből pontosan k selejtest sikerült kiválasztanunk?
6. Ha egy pakli magyar kártyából visszatevéssel húzunk három lapot, akkor mi annak a valószínűsége, hogy
   a) pontosan egy piros színű lapot húztunk?
   b) legalább egy piros színű lapot húztunk?

   (Egy pakli magyar kártyában összesen 32 lap van. Mind a négy színből (makk, zöld, tök, piros) 8-8 kártya van.)
7. Egy zsákban 10 pár cipő van. 4 db-ot kiválasztva, mi a valószínűsége, hogy van közöttük pár, ha
   a) egyformák a párok?
   b) különbözőek a párok?
8. Úgy helyezünk el n urnába n golyót. hogy bármelyik a többitől függetlenül bármelyik urnába ugyanakkora eséllyel kerülhet. Mi a valószínűsége, hogy
   a) minden urnába kerül golyó?
   b) pontosan egy üres urna lesz?

Házi feladatok

1. a) Mennyi a valószínűsége, hogy egy találomra választott telefonszám utolsó 3 számjegye megegyezik? (Tegyük fel, hogy minden telefonszám 11 darab tetszőleges számjegyből áll.)
   b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kenóhúzás során legalább kétszer több a páros, mint a páratlan? (A kenóhúzás során 80 számból 20-at húznak ki.)