Valószínűségszámítás és statisztika
5. gyakorlat
2014. 10. 09.

Információ

ZH

Jövő héten (2014.10.16-án) ZH. Helyszín: Déli Tömb 0.803. (Szabó József terem).
Csak minden páratlanadik sorba üljetek, és egy sorba 5 ember üljön (természetesen itt is maradjon ki legalább 1-1 szék).
Legyetek szívesek névsor szerint helyet foglalni (a táblától nézve lentről felfelé, balról jobbra folytonosan):
1. sor: Á-B; 3. sor: Cs-F; 5. sor: G-K; 7. sor: L-Né; 9. sor: Ny-Sz; 11. sor: T-V.
Lehetőleg 14:05-re foglaljátok el a helyeiteket. Minél hamarabb kész vagytok, annál több időtök marad a ZH-ra.
Mindenkinél legyen fényképes igazolvány (diákigazolvány, személyi igazolvány, jogosítvány, útlevél).
Ezen a ZH-n csak egy A5-ös saját kézzel írott puska, csak a feladatsorokat tartalmazó egy darab nyomtatott A4-es lap és nem programozható számológép használható. Jegyzet, könyv, tablet, telefon, laptop stb. nem. Az egymással és a külső személyekkel való kommunikáció semmiféle formában nem engedélyezett a ZH alatt.
Mindenki hozzon magával legalább 5 üres lapot. Előttetek csak üres lap, az A5-ös puska, számológép, íróeszköz, fényképes igazolvány és étel-ital maradhat. A kabátokat és a táskákat lehetőség szerint hagyjátok a ruhatárban, illetve az üresen maradt padokra pakoljátok őket.
Minden lapon szerepeljen a nevetek és a neptunkódotok. Lehetőleg minden feladatot külön oldalra írjatok. Törekedjetek a világos, jól olvasható leírásra. Csak arra tudok pontot adni, amit el tudok olvasni. A puszta eredményközlés nem sokat ér, a teljes, hibátlan levezetés ér maximális pontot (természetesen részpontszám is kapható). A ZH-t hosszában hajtsátok ketté (a név legyen kifelé), és úgy adjátok majd be.

Konzultáció

Jövő héten kedden (2014.10.14-én) 17:15-től ZH előtti konzultáció lesz. Helyszín: Déli Tömb 6.104. (id. Entz Géza terem).

Elmélet

Legyen $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ valószínűségi mező, X: $\Omega \to \mathbb{R}$ valószínűségi változó.

[Várható érték] X várható értéke: EX=$\int\limits_{\Omega} X \, dP$, ha ez létezik.

[k. momentum] EX^k=$\int\limits_{\Omega} X^k \, dP$, ha ez létezik.

[X szórásnégyzete] D^{2}X=E[(X-EX)]^2 = E(X^2)-(EX)^2.

[X szórása] DX=$\sqrt{D^2X}$.

Legyen X diszkrét valószínűségi változó, ami az x_1,x_2,... értékeket veszi fel, p_1,p_2,... valószínűségekkel. Ekkor

EX=$\sum\limits_{i=1}^{\infty} x_i p_i$, ha a végtelen összeg abszolút konvergens. Ugyanígy

EX^k=$\sum\limits_{i=1}^{\infty} (x_i)^k p_i$, ha a végtelen összeg abszolút konvergens.

Legyenek $X, Y, X_1, ..., X_n$ valószínűségi változók; $c, c_i, a, b \in \mathbb{R}$. Ekkor

- $E(X+Y) = EX + EY$;
- $E(cX) = cEX$;
- $E \sum\limits_{i=1}^{n} c_i X_i = \sum\limits_{i=1}^{n} c_i E X_i$;

Személyes adatok:
Név: Bondici László
E-mail: bondici@cs.elte.hu
Honlap: www.cs.elte.hu/∼bondici

- $D^2(aX+b) = a^2D^2X$.

[Poisson eloszlás] Az X valószínűségi változó λ paraméterű Poisson eloszlású, ha $P(X=k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$, k=0,1,2...

Feladatok

1. Hány dobókocka esetén a legnagyobb annak a valószínűsége, hogy a kockákat egyszerre feldobva, a kapott számok között pontosan egy hatos van?

2. Jelölje X az ötös lottón kihúzott lottószámok legkisebbikét. Adjuk meg X eloszlását.

3. Egy tétova hangya a számegyenesen bolyong. 0-ból indul és minden lépésnél egyforma valószínűséggel vagy jobbra, vagy balra lép. Adjuk meg a hangya helyének eloszlását 2n lépés után.

4. Dobjunk egy kockával annyiszor, ahány fejet dobtunk két szabályos érmével. Jelölje X a kapott számok összegét. Adjuk meg X eloszlását. (Az üres összeget 0-nak tekintjük.)

5. Egy sorsjátékon 1 darab 1.000.000Ft-os, 10 db 100.000Ft-os, és 100 db 1.000Ft-os nyeremény van. A játékhoz 10.000 darab sorsjegyet adtak ki. Mennyi a sorsjegy ára, ha egy sorsjegyre a nyeremény várható értéke megegyezik a sorsjegy árával?

6. Dobjunk egy érmével annyiszor, amennyit egy szabályos kockával dobtunk. Jelölje X a fejek számát. E(X)=?

7. Jelölje X az ötös lottón kihúzott lottószámoknál a

   a) a párosak számát;

   b) a legkisebbet.

   Adjuk meg X várható értékét.

8. Két kockával dobunk. Egy ilyen dobást sikeresnek nevezünk, ha van 6-os a kapott számok között. Várhatóan hány sikeres dobásunk lesz n próbálkozásból?

9. Tegyük fel, hogy egy adott területen és időszakban a hurrikánok száma Poisson folyamattal modellezhető. Várható értékben hetente 1 hurrikánra számíthatunk. Mi a valószínűsége, hogy 4 hét alatt legfeljebb 2 hurrikán lesz? Ha az egyes hurrikánok ereje p=1/5 valószínűséggel haladja meg a 2-es fokozatot, akkor várhatóan hány ilyen hurrikán lesz egy hónap alatt?

Házi feladatok

1. a) Ha visszatevéssel húzunk n-szer abból a sokaságból, ahol a selejtarány p, akkor mely selejtszám lesz a legvalószínűbb?

   b) Legyen X egy szabálytalan érmével (p a fej valószínűsége) végzett dobássorozatnál az első, azonosakból álló sorozat hossza. (Ha pl. a dobássorozat FIIIF... akkor X=1.) Számítsuk ki X várható értékét.