Valószínűségszámítás és statisztika
1. gyakorlat
2014. 09. 11.

Információk

A gyakorlatok látogatása kötelező. Mivel ebben a félévben egy óra elmarad, maximum 4 hiányzás a megengedett, ellenkező esetben a gyakorlati jegyet meg kell tagadjam.

Jegyszerzési tudnivalók:

- Két ZH lesz. Időpontok: október 16. és december 11. (a gyakorlat idősávjában, a teremről később).
- Mindkét ZH-n 6 feladat lesz, mindegyik 10 pontos.
- Mindkét ZH-n legalább 18 pontot kell szerezni, ekkor tekinthető érvényesnek.
- A ZH-kon csak egy A5-ös (148x210 mm) kézzel írott puska, az általam kiosztott táblázatok és nem programozható számológép használható (jegyzet, laptop, tablet, telefon stb. nem).
- Minden helyesen megoldott házi feladatra 2 pont jár.
- A ZH és házi feladat pontszámok összege alapján lesz megállapítva a gyakorlati jegy. A ponthatárok várhatóan nem lesznek szigorúbbak, mint 48-67-86-105.

Pótlás, javítás, gyakUV:

- A vizsgaidőszak elején lehetőség lesz a ZH-k pótlására, javítására. A javító eredménye felülírja az eredeti ZH eredményét.
- Az érvénytelen ZH-(ka)t kötelező újraírni.
- Amennyiben a javító ZH után még marad érvénytelen ZH, vagy az összpontszám nem éri el a 2-es ponthatárát, akkor a gyakorlati jegy 1-es, és gyakUV-ra kerül sor.
- GyakUV-n a teljes félév anyagából kell számot adni.

Személyes adatok:

Név: Bondici László

E-mail: bondici@cs.elte.hu

Honlap: www.cs.elte.hu/∼bondici

Elmélet

[Ismétlés nélküli permutáció] n elem összes lehetséges sorrendje.

$$n!.$$

[Ismétléses permutáció] n elem összes lehetséges sorrendje, ha ezek közül $k_1, \dots, k_r$ darab megegyezik.

$$\frac{n!}{k_1! \cdots k_r!} = \binom{n}{k_1, \dots, k_r}.$$

[Ismétlés nélküli kombináció] n elemből k darabot kiveszünk, a kihúzás sorrendje nem számít (nem számozottak, címkézettek az elemek), nincs visszatevés.

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}.$$

[Ismétléses kombináció] n elemből k darabot kiveszünk, a kihúzás sorrendje nem számít (nem számozottak, címkézettek az elemek), van visszatevés.

$$\binom{n+k-1}{k}.$$

[Ismétlés nélküli variáció] n elemből k darabot kiveszünk, a kihúzás sorrendje számít (számozottak, címkézettek az elemek), nincs visszatevés.

$$\frac{n!}{(n-k)!}.$$

[Ismétléses variáció] n elemből k darabot kiveszünk, a kihúzás sorrendje számít (számozottak, címkézettek az elemek), van visszatevés.

$$n^k.$$

[Valószínűség] Ω az elemi események, $\mathcal{A} \subset 2^\Omega$ az események. Ekkor $\mathbb{P}$ valószínűségi mérték, ha

- $\mathbb{P}(\Omega) = 1$,
- $\mathbb{P}(A) \geq 0, \forall A \in \mathcal{A}$,
- $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$ ha $A \cap B = \emptyset$.

Azonosságok: szita formula ($\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$), komplementer valószínűség ($\mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - \mathbb{P}(A)$).

Feladatok

1. Mi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott 6 jegyű szám jegyei mind különbözőek?
2. Egy sakktáblára véletlenszerűen leteszünk 8 azonos bástyát. Mi a valószínűsége, hogy nem ütik egymást?
3. Ha egy magyar kártya csomagból visszatevéssel húzunk három lapot, akkor mi annak a valószínűsége, hogy
   a) pontosan egy piros színű lapot húztunk?
   b) legalább egy piros színű lapot húztunk?
4. Egy zsákban 10 pár cipő van. 4 db-ot kiválasztva, mi a valószínűsége, hogy van közöttük pár, ha
   a) egyformák a párok?
   b) különbözőek a párok?
5. 2 érmével dobunk, majd még annyi érmével, ahány fejet az első két érmével kaptunk. Mik lesznek az eseménytér elemei?
6. Legyen A, B, C három esemény. Írjuk fel halmazelméleti műveletekkel azt az eseményt, hogy közülük
   a) pont k esemény következik be.
   b) legfeljebb k esemény következik be.

   $(k = 0, 1, 2, 3)$
7. n dobozba helyezünk el n golyót úgy, hogy bármennyi golyó kerülhet az egyes dobozokba.
   a) Mi a valószínűsége, hogy minden dobozba kerül golyó?
   b) Annak mi a valószínűsége, hogy pontosan egy doboz marad üresen?
   c) Mi a helyzet, ha sorrendben tesszük le a golyókat?

Házi feladatok

1. Mutassuk meg, hogy amennyiben $A_1, ..., A_n$ tetszőleges események, akkor $P(\bigcap_{i=1}^{n} A_i) \geq \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - n + 1$.
2. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kenóhúzás során (80-ból 20 kihúzása) legalább kétszer több a páros, mint a páratlan?