

Valószínűesszámítás
8. gyakorlat
2019. 11. 13.

Feladatok

1.) Írd fel és ábrázold az eloszlásfüggvényt, ha X

a.) indikátorváltozó $p = 2/3$ paraméterrel;

b.) egy olyan kockadobás eredménye, ahol a kockán egy 2-es, két 4-es és három 5-ös van.

2.) Lehetnek-e egy X valószínűségi változó eloszlásfüggvényei a következő függvények? Ha igen, akkor van X -nek sűrűségfüggvénye? Jelölje $[x]$ az x szám egészrészét.

$$a.) F(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq 0 \\ \operatorname{tg} x & \text{ha } 0 < x \leq \frac{\pi}{6} \\ 1 & \text{ha } \frac{\pi}{6} < x \end{cases}$$

$$b.) F(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq 0 \\ \frac{[x]}{2} & \text{ha } 0 < x \leq 2 \\ 1 & \text{ha } 2 < x \end{cases}$$

$$c.) F(x) = \begin{cases} \exp\{(x-1)^3\} & \text{ha } x \leq 1 \\ 1 & \text{ha } 1 < x \end{cases}$$

3.) Legyen $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq 9 \\ \frac{3a}{\sqrt{x}} + b & \text{ha } 9 < x \leq 16 \\ 1 & \text{ha } 16 < x \end{cases}$, ahol a és b valós paraméterek.

a.) A paraméterek mely értékeire lehet F az X valószínűségi változó eloszlásfüggvénye?

b.) $P(8 < X < 11) = ?$ $P(X < 9) = ?$ $P(X \leq 9) = ?$

Személyes adatok:

Név: Bondici László

E-mail: bondici@caesar.elte.hu

Honlap: <http://bondici.web.elte.hu/>

c.) A paraméterek mely értékeire lesz F abszolút folytonos? Határozd meg ekkor a sűrűségfüggvényt, valamint X várható értékét és szórását!

4.) Mely c -re lesz sűrűségfüggvény $f(x) = \begin{cases} c \cdot \sin x & \text{ha } x \in (0, \frac{3\pi}{2}) \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$?

5.) Legyen X sűrűségfüggvénye a következő: $f(x) = \begin{cases} cx^4 & \text{ha } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$

a.) Határozd meg a c értékét és X eloszlásfüggvényét!

b.) $P(X < -0,5) = ?$ $P(X < 0,5) = ?$ $P(X < 1,5) = ?$

c.) $D^2(X) = ?$

6.) Véletlenszerűen választunk egy pontot az $x^2 + y^2 < 5$ kör belsejében. Jelölje Z a távolságát a középponttól. Adjuk meg Z eloszlás- és sűrűségfüggvényét, valamint várható értékét!

7.) Egy egységnyi hosszúságú szakaszon találmra kiválasztunk két pontot, így a szakaszt rövidebb szakaszokra bontjuk. Jelölje X a kapott szakaszok közül a legrövidebbet. Írd fel X eloszlás-, és sűrűségfüggvényét, valamint számítsd ki X várható értékét!

8.) Legyenek $X_1 \sim N(2, 3^2)$ és $X_2 \sim N(4, 4^2)$ függetlenek.

a.) $P(1 \leq X_1 < 3) = ?$

b.) Számítsuk ki b értékét, hogy $P(X_1 \geq b) = 0,7$ teljesüljön!

c.) $P(\frac{X_1 - X_2}{2} > 0) = ?$

9.) Tegyük fel, hogy az egyetemisták IQ teszten elért eredménye normális eloszlású 105 várható értékkel és 10 szórással. Mi a valószínűsége, hogy valaki 120-nál több pontot ér el a teszten?

10.) Mennyi garanciát adjunk, ha azt szeretnénk, hogy termékeink legfeljebb 10%-át kelljen garanciaidőn belül javítani, ha a készülék élettartama 10 év várható értékű és 2 év szórású normális eloszlással közelíthető?

11.) Egy vállalatnál a szellemi foglalkozásúak teszik ki a dolgozók 60%-át, az ő fizetésük eloszlása (ezer Ft-ban) $Z + 150$, ahol $Z \sim \operatorname{Exp}(\frac{1}{200})$; a fizikai dolgozóé pedig $Y + 100$, ahol $Y \sim \operatorname{Exp}(\frac{1}{100})$.

a.) Mi az esélye, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott szellemi foglalkozású többet keres 450 ezer Ft-nál?

b.) Egy véletlenszerűen kiválasztott dolgozó átlagosan mennyit keres?