

# Valószínűségszámítás

## 7. gyakorlat

2019. 11. 06.

### Feladatok

1.) Egy szabálytalan érmével dobunk többször egymás után, jelölje  $p$  a fej valószínűségét. Legyen  $X$  az első, azonosakból álló sorozat hossza;  $Y$  a második, azonosakból álló sorozat hossza (ha pl. a dobássorozat FIIIF... akkor  $X = 1$  és  $Y = 3$ ). Számítsuk ki  $X$  és  $Y$  várható értékét és szórását!

2.) Az  $Y$  és  $X$  valószínűségi változók együttes eloszlását a következő táblázat mutatja.

$X \setminus Y$	1	2	3	$X$ peremeloszlása
5	$\frac{1}{10}$	...	...	...
10	...	$\frac{2}{10}$	...	...
$Y$ peremeloszlása	...	...	$\frac{4}{10}$	...

- Töltsd ki a táblázatot, ha  $EX = 7$  és  $EY = \frac{11}{5}$ !
- $X$  és  $Y$  függetlenek egymástól? Amennyiben nem, határozd meg a korrelációjukat!
- Add meg  $(X, Y)^T$  valószínűségi vektorváltozó kovariancia mátrixát és korrelációs mátrixát!
- $P(X < 7 | Y < 3) = ?$
- $E(Y | X = 10) = ?$

3.) Az  $X$  és  $Y$  valószínűségi változók együttes eloszlását a következő táblázat mutatja.

$Y \setminus X$	0	1	2	$Y$ peremeloszlása
1	$\frac{3}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{4}{27}$	
2	$\frac{2}{27}$	$\frac{2}{27}$	$\frac{2}{27}$	
3	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{27}$	
$X$ peremeloszlása				

Határozd meg  $X$  és  $Y$  eloszlását, várható értékét, szórásnégyzetét! Függetlenek-e egymástól? Amennyiben nem, határozd meg a korrelációjukat!

Személyes adatok:

Név: Bondici László

E-mail: bondici@caesar.elte.hu

Honlap: <http://bondici.web.elte.hu/>

4.) Legyen  $X$  és  $Y$  független, azonos eloszlású. Tegyük fel azt is, hogy véges szórásúak.  $R(X, aX + bY) = ?$

5.) Egy dobozban 10 piros, 10 fehér, 10 zöld, 10 kék cédula van, mindegyik 1-től 10-ig számozva. Visszatevéssel húzunk kétszer. Legyen  $X$  a pirosak száma a kihúzottak között;  $Y$  a kéké száma;  $Z$  a 10-esek száma. Határozd meg

a.)  $X$  és  $Y$ ;

b.)  $X$  és  $Z$

együttes eloszlását és korrelációját!

6.) Egy 52 lapos francia kártyacsomagból húzunk 2 lapot visszatevés nélkül. Legyen  $X$  a körök,  $Y$  pedig az ászok száma. Adjuk meg  $X$  és  $Y$  korrelációs együtthatóját. Függetlenek-e ezek a változók?

7.) Egy szabályos kockával dobunk. Jelölje  $X$  a dobott számot,  $Y$  pedig azt, hogy a dobott szám hárommal osztva milyen maradékot ad.  $R(X, Y) = ?$

8.) Egy szabályos érmét kétszer feldobunk. Legyen  $X$  értéke 1, ha az első dobás fej, és 0, ha írás. Legyen  $Y$  értéke 1, ha a második dobás fej, és 0, ha írás. Mutassuk meg, hogy  $X + Y$  és  $|X - Y|$  korrelálatlanok, de nem függetlenek!

9.) Egy dobozban 5 piros és 5 kék golyó van, amiből 100-szor húzunk visszatevéssel. Jelölje  $X$  az első 50,  $Y$  az első 75,  $Z$  pedig az utolsó 30 húzásból a pirosak számát. Határozzuk meg  $X + Z$  és  $Y$  korrelációs együtthatóját!

10.) 100-szor húzunk visszatevéssel egy olyan dobozból, amelyben 1 piros és 2 fehér golyó van.  $X$  jelentse a kihúzott piros golyók számát az első 50,  $Y$  pedig az első 20 kísérletben.  $R(X, Y) = ?$

11.) Egy kockát 10-szer feldobunk.  $X$  a dobott 6-osok száma,  $Y$  a dobott páratlan számok száma. Határozzuk meg  $X$  és  $Y$  korrelációs együtthatóját!