Valószínűségszámítás
4. gyakorlat
2019. 10. 02.

Feladatok

1.) Két doboz közül az elsőben k piros és l zöld golyó van, a másodikban k zöld és l piros. Visszatevéssel húzunk az alábbi szabály szerint: ha a kihúzott golyó piros, akkor a következő húzásnál az első dobozból; ha zöld, akkor a második dobozból húzunk. Először az első dobozból húzunk. Mennyi a valószínűsége, hogy az n. húzásál piros golyót húzunk? Mihez tart ez a valószínűség, ha $n \to \infty$?

2.) A négy hazudós. Ismeretes, hogy A, B, C és D személyek egymástól függetlenül, három eset közül csak egy esetben mondanak igazat. Ha A kijelenti, hogy B tagadja, hogy C megerősíti, hogy D hazudott, akkor mi a valószínűsége, hogy D valójában igazat mondott? Tegyük fel, hogy C tudja, hogy D igazat mondott-e; B tisztában van azzal, C igazat mondott-e; A tudja, hogy B igazat mondott-e.

3.) Legyen $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ eseménytér, $\mathcal{A} = \{\emptyset, \Omega, \{\omega_1\}, \{\omega_2, \omega_3, \omega_4\}\}$. Az alábbi függvények valószínűségi változók $(\Omega, \mathcal{A})$-n?

a.) $X(\{\omega_i\}) = i + 10 \quad (i = 1, 2, 3, 4)$;

b.) $X(\{\omega_1\}) = \pi,\ X(\{\omega_2\}) = X(\{\omega_3\}) = X(\{\omega_4\}) = e$;

c.) $X(\{\omega_i\}) = |i - 2| \quad (i = 1, 2, 3, 4)$;

Amennyiben valamelyik nem valószínűségi változó, határozd meg azt a legszűkebb $\mathcal{F}$ σ-algebrát, hogy $(\Omega, \mathcal{F})$-en már valószínűségi változó legyen!

4.) Legyenek A, B, C, D, egy szabályos tetraéder csúcsai. Egy légy az A csúcsból indulva sétál a tetraéder élein, mégpedig minden csúcsból véletlenszerűen választva a lehetséges három irány közül. Jelölje X azt a valószínűségi változót, hogy A-ból indulva, hányadikra érünk vissza először A-ba. Írjuk fel X eloszlását! Mutassuk meg, hogy ez valóban valószínűségi eloszlás!

Személyes adatok:
Név: Bondici László
E-mail: bondici@caesar.elte.hu
Honlap: http://bondici.web.elte.hu/

5.) Adjuk meg annak a valószínűségi változónak az eloszlását, ami egy hatgyermekes családban a fiúk számát adja meg. Tegyük fel, hogy mindig $\frac{1}{2}$-$\frac{1}{2}$ a fiúk, ill. a lányok születési valószínűsége, és az egyes születések függetlenek egymástól.

6.) Határozd meg X eloszlását, ha X: hagyományos lottóhúzásnál (90/5) a

a.) találatok száma;

b.) 3-mal oszthatók száma;

c.) legnagyobb kihúzott szám;

d.) k-adik legnagyobb kihúzott szám ($k = 1, \ldots, 5$).

Mutassuk meg, hogy ezek valóban valószínűségi eloszlások!

7.) Véletlen bolyongás. Egy tétova hangya a számegyenesen bolyong. 0-ból indul és minden lépésnél egyforma valószínűséggel vagy jobbra, vagy balra lép. Legyen X: $2n$ lépés után a hangya melyik pontban lesz. Határozd meg X eloszlását!

8.) Egy sportlövő p valószínűséggel talál el egy léggömböt.

a.) Az első;

b.) az ötödik találatig lő.

Mi lövései számának eloszlása?

9.) Háromszor olyan valószínű, hogy egy adott kereszteződésben egy évben két baleset történik, mint az, hogy öt. Mi a valószínűsége, hogy egy évben legfeljebb egy baleset lesz?

10.) Addig dobunk két kockával, amíg kétszer elő nem fordul az, hogy a két kockán lévő számjegyek összege 10.

a.) Mennyi a valószínűsége, hogy összesen nyolcszor dobunk?

b.) Mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan nyolcszor dobunk 10-nél kisebb összeget, mielőtt a keresett esemény bekövetkezik?