Valószínűségszámítás
3. gyakorlat
2019. 09. 25.

Feladatok

1.) Legyen $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ valószínűségi mező, ahol $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$ és $\mathcal{A} = 2^{\Omega}$. Rendeljünk az elemi eseményekhez olyan valószínűségeket, hogy az $A = \{1, 2\}, B = \{1, 3\}, C = \{1, 4\}$ események páronként függetlenek legyenek, de ne legyenek teljesen függetlenek!

2.) Milyen n>1-re lesz független az a két esemény, hogy

a.) A: n érmedobásból van fej és írás is, valamint B: legfeljebb egy írás van;

b.) A: n érmedobásból van fej és írás is, valamint B: az első dobás fej?

3.) Osztozkodási probléma, 1494. Hogyan osztozzon az 1600 forintos téten két játékos, ha 2:1-es állásnál félbeszakadt a k győzelemig tartó mérkőzésük? Tegyük fel, hogy az egyes játékok egymástól függetlenek, az első játékos p valószínűséggel nyerhet az egyes játékoknál. Oldjuk meg a feladatot a következő esetekben:

a.) $k = 3; p = 1/4$

b.) $k = 4; p = 1/2$

4.) Aladár és Béla pingpongoznak. Minden labdamenetet, egymástól függetlenül, 1/3 valószínűséggel Aladár, 2/3 valószínűséggel Béla nyer meg. A jelenlegi állás 10:9 Béla javára. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a meccset mégis Aladár nyeri meg? Az nyer, akinek sikerül legalább két pontos előny mellett legalább 11 pontot szerezni.

5.) Mennyi a valószínűsége, hogy két kockadobásnál mind a két dobás 6-os, azzal a feltétellel, hogy legalább az egyik dobás 6-os?

6.) Négyen lőnek egymás után egy céltáblára. A résztvevők találati valószínűségei egymástól függetlenül, sorrendben $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ és $\frac{1}{2}$. Ketten érnek el találatot. Mi a valószínűsége, hogy a második hibázta el a lövést?

7.) Egy érmével annyiszor dobunk, mint amennyi egy szabályos kockadobás eredménye. Mi a valószínűsége, hogy nem kapunk fejet?

8.) 100 érme közül 10 cinkelt, ezeknél csak 1/4 a fejdobás valószínűsége. Egy érmét kiválasztva és azzal 10-szer dobva, k fejet kaptunk ($k = 0, 1, \ldots, 10$). Ezen feltétellel mi a valószínűsége, hogy a hamis érmével dobtunk?

9.) Egy diák a vizsgán p valószínűséggel tudja a helyes választ. Amennyiben nem tudja, akkor tippel, és 1/3 a jó válasz esélye. Feltesszük, hogy a diák tudása biztos (azaz ha tudja a választ, akkor az jó is). Határozd meg p értékét, ha 3/5 annak a valószínűsége, hogy amennyiben helyesen válaszolt, tudta is a helyes választ!

10.) Vándorlásai közben Odüsszeusz egy hármas útelágazáshoz ér. Az egyik út Athénbe, a másik Spártába, a harmadik Mükénébe vezet. Az athéniek kereskedő népség, szeretik ámítani a látogatókat, csak minden 3. alkalommal mondanak igazat. A mükénéiek egy fokkal jobbak: ők csak minden második alkalommal hazudnak. A szigorú spártai neveltetésnek köszönhetően a spártaiak becsületesek, ők mindig igazat mondanak. Odüsszeusznak fogalma sincs, melyik út merre vezet, így feldob egy kockát, egyenlő esélyt adva mindegyik útnak. Megérkezve a városba, megkérdez egy embert, mennyi 2·2, mire közlik vele, hogy 4. Mi a valószínűsége, hogy Odüsszeusz Athénba jutott?

Személyes adatok:

Név: Bondici László

E-mail: bondici@caesar.elte.hu

Honlap: http://bondici.web.elte.hu/