Valószínűségszámítás
11. gyakorlat
2019. 11. 04.

Információk

Jövő héten ZH. Használható: 1 darab saját kézzel írt puskalap, eloszlástáblázat, számológép. Laptop, telefon, tablet, jegyzet stb. nem.

Helyszín, időpont: gyakorlat helyén és idejében.

Feladatok

1.) Megadható-e olyan 0 várható értékű és 1 szórású valószínűségi változó, amelyre $P(|X| \geq 2) \geq 0,5$?

2.) U és V valószínűségi változókról a következőket tudjuk: $R(U,V) = -0,75$; $EU = 4$; $EV = 6$; $D(U) = D(V) = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Becsüld alulról a $P(7 < U + V < 12)$ valószínűséget!

3.) Hamis érmével dobunk, a fej valószínűsége 0,51.

a.) Becsüljük meg a Csebisev-egyenlőtlenséggel, majd a centrális határértéktétel segítségével is annak a valószínűségét, hogy 10 ezer dobásból legalább 5150 fej!

b.) Hányszor kell dobni, hogy a fejek relatív gyakorisága legalább 97,5 %-os valószínűséggel több legyen, mint 0,505?

4.) Tegyük fel, hogy egy tábla csokoládé tömege normális eloszlású 100 g várható értékkel és 3 g szórással, valamint, hogy az egyes táblák tömege egymástól független. Legalább hány csokoládét csomagoljunk egy dobozba, hogy a dobozban levő táblák átlagos tömege legalább 0,9 valószínűséggel nagyobb legyen 99,5 g-nál?

Személyes adatok:

Név: Bondici László

E-mail: bondici@caesar.elte.hu

Honlap: http://bondici.web.elte.hu/

5.) Egy életbiztosító társaságnak 10000 biztosítottja van, tegyük fel, hogy ők egyforma korúak és egészségűek. 1% annak a valószínűsége, hogy egy ilyen személy az év folyamán meghal. Minden biztosított az év elején 11 ezer Ft-ot fizet be, halála esetén pedig hozzátartozói 1 millió Ft-ot kapnak a biztosítótól. Mi a valószínűsége, hogy a biztosító egy évben ezen biztosításra vonatkozóan nem lesz veszteséges?

6.) Legalább hány embert kell megkérdezni egy közvéleménykutatásnál, ha egy adott párt támogatottságát (az eltérést a várható támogatottságtól) legalább 95%-os valószínűséggel 0,01–nél kisebb eltéréssel szeretnénk megbecsülni?

a.) Számoljunk a Csebisev-egyenlőtlenséggel.

b.) Számoljunk a normális eloszlással.

7.) Egy dobókockát 720-szor feldobunk. A centrális határeloszlástétel alkalmazásával határozzuk meg annak a valószínűségét, hogy a dobott 6-osok száma legalább 110, de 140-nél kisebb!

8.) Egy dobozban 4 cédula van, rajtuk a -1,0,2,2 számok. 192-szer húzunk visszatevéssel a dobozból. A centrális határeloszlástétel alkalmazásával határozzuk meg annak a valószínűségét, hogy a kihúzott számok összege legalább 108, de 162-nél kisebb!

9.) X_i-k $(i = 1, 2, \ldots)$ független val. változók Hova konvergál és hogyan?

a.) $X_i \sim \text{Ind}(p)$ $\frac{X_1^5+\ldots+X_n^5}{n}$

b.) X_i: az i-edik kockadobás eredménye $\frac{X_1^2+\ldots+X_n^2}{n}$

c.) $X_i \sim \text{Exp}(2)$ $\frac{e^{X_1}+\ldots+e^{X_n}}{n}$

10.) Számítsuk ki a következő mennyiséget: $\lim\limits_{n\to\infty} e^{-n} \sum\limits_{k=0}^{n} \frac{n^k}{k!}$