

Valószínűesszámítás

10. gyakorlat

2019. 11. 27.

Feladatok

1.) Mely c valós paraméter esetén lesznek kétdimenziós sűrűségfüggvények az alábbiak? Adjuk meg az együttes eloszlásfüggvényt, valamint a peremsűrűségfüggvényeket!
 $P(X > \frac{1}{2}, Y < 1) = ?$ Független X és Y ? $R(X, Y) = ?$

$$\text{a.) } f(x, y) = \begin{cases} cxy & \text{ha } (x, y) \in (0, 1)^2 \\ 0 & \text{különben} \end{cases} \quad \text{c.) } f(x, y) = \begin{cases} ce^{-\frac{x^2+4y^2}{2}} & \\ 0 & (x, y) \in \mathbb{R}^2 \end{cases}$$

$$\text{b.) } f(x, y) = \begin{cases} c(x+y) & \text{ha } (x, y) \in (0, 2)^2 \\ 0 & \text{különben} \end{cases} \quad \text{d.) } f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{2}e^{-y} & 1 < x < c \text{ és } 0 < y \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

2.) Legyenek

a.) $X \sim \text{Bin}(n, p)$ és $Y \sim \text{Bin}(m, p)$ függetlenek;

b.) $X \sim \text{Poi}(\lambda)$ és $Y \sim \text{Poi}(\mu)$ függetlenek;

c.) $X \sim \text{Geo}(p)$ és $Y \sim \text{Geo}(p)$ függetlenek.

Milyen eloszlású X az $X + Y = l$ feltétel mellett? Határozd meg az $E(X|X + Y = l)$ feltételes várható értéket!

3.) Legyen (X, Y) valószínűségi vektorváltozó egyenletes eloszlású az $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ egységkörlapon. Számítsuk ki az $f_{X|Y}(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt és az $E(X^2|Y)$ feltételes várható értéket!

4.) Legyen $X \sim E(\frac{1}{2}; 1)$ és $Y|X = x \sim E(0; x)$, ha $\frac{1}{2} < x < 1$.

a.) Határozd meg az együttes eloszlást!

b.) Ez alapján oldd meg a 2/4. feladatot!

c.) Határozd meg az $f_{X|Y}(x|y)$ feltételes sűrűségfüggvényt, majd az $E(X|Y = y)$ feltételes várható értéket!

Személyes adatok:

Név: Bondici László

E-mail: bondici@caesar.elte.hu

Honlap: <http://bondici.web.elte.hu/>