Valószínűségszámítás 2
9. feladatsor
2018.04.17.

1. Kovácsék minden reggel elolvassák az újságot, majd a délelőtti rendrakás során Kovácsné a szoba sarkában lévő újságkupac tetejére teszi a kiolvasott példányt. Kovács úr, mikor hazajön a munkából, megnézi a kupacot. Ha már öt újság összegyűlt, akkor kidobja a kupacot a papírgyűjtőbe. Ha viszont ötnél kevesebb újság van a kupacban, akkor csak 1/3 valószínűséggel dobja ki az újságokat.
   a) Ha már nagyon régóta megy ez így Kovácséknál, akkor körülbelül mekkora az esélye, hogy egy adott este üres lesz a kupac?
   b) Adjuk meg a stacionárius eloszlást!
2. Legyen G véges, egyszerű, irányítatlan, összefüggő gráf. Legyen X_n az egyszerű bolyongás G-n. Mutassuk meg, hogy a stacionárius eloszlás arányos a fokszámokkal!
3. Egy 3-szor 3-as „sakktáblán” egy király bolyong: egy lépést tud tenni függőlegesen, vízszintesen, vagy átlósan, és véletlenszerűen választ a lehetséges lépései közül.
   a) Írjuk le a folyamatot Markov lánccal!
   b) Ha a király középről indul, mennyi az esélye, hogy 4 lépés után ismét középen lesz?
   c) Keressünk stacionárius eloszlást!
   d) Várhatóan hány lépés alatt tér vissza a kiindulási helyére, ha az egyik sarokból indult?
4. Egy Petri-csészében 8 darab baktérium van, ezek kétféle típusúak lehetnek, A és B. Egy lépés abból áll, hogy egy véletlenszerűen választott baktérium kettéosztódik, majd ezután egy véletlenszerűen választott baktérium elpusztul. Tehát a lépés végén megint 8 baktérium lesz a Petri-csészében. Jelölje X_n, hogy n lépés után hány darab A típusú baktérium van a Petri-csészében.
   a) Számítsuk ki a $p_{ij}^{(n)}$ átmenetvalószínűségek határértékét, ha n végtelenhez tart!
   b) Keressünk stacionárius eloszlást!

Valószínűségszámítás 2
9. feladatsor
2018.04.17.

1. Kovácsék minden reggel elolvassák az újságot, majd a délelőtti rendrakás során Kovácsné a szoba sarkában lévő újságkupac tetejére teszi a kiolvasott példányt. Kovács úr, mikor hazajön a munkából, megnézi a kupacot. Ha már öt újság összegyűlt, akkor kidobja a kupacot a papírgyűjtőbe. Ha viszont ötnél kevesebb újság van a kupacban, akkor csak 1/3 valószínűséggel dobja ki az újságokat.
   a) Ha már nagyon régóta megy ez így Kovácséknál, akkor körülbelül mekkora az esélye, hogy egy adott este üres lesz a kupac?
   b) Adjuk meg a stacionárius eloszlást!
2. Legyen G véges, egyszerű, irányítatlan, összefüggő gráf. Legyen X_n az egyszerű bolyongás G-n. Mutassuk meg, hogy a stacionárius eloszlás arányos a fokszámokkal!
3. Egy 3-szor 3-as „sakktáblán” egy király bolyong: egy lépést tud tenni függőlegesen, vízszintesen, vagy átlósan, és véletlenszerűen választ a lehetséges lépései közül.
   a) Írjuk le a folyamatot Markov lánccal!
   b) Ha a király középről indul, mennyi az esélye, hogy 4 lépés után ismét középen lesz?
   c) Keressünk stacionárius eloszlást!
   d) Várhatóan hány lépés alatt tér vissza a kiindulási helyére, ha az egyik sarokból indult?
4. Egy Petri-csészében 8 darab baktérium van, ezek kétféle típusúak lehetnek, A és B. Egy lépés abból áll, hogy egy véletlenszerűen választott baktérium kettéosztódik, majd ezután egy véletlenszerűen választott baktérium elpusztul. Tehát a lépés végén megint 8 baktérium lesz a Petri-csészében. Jelölje X_n, hogy n lépés után hány darab A típusú baktérium van a Petri-csészében.
   a) Számítsuk ki a $p_{ij}^{(n)}$ átmenetvalószínűségek határértékét, ha n végtelenhez tart!
   b) Keressünk stacionárius eloszlást!