

Valószínűségszámítás 2

3. gyakorlat

2018. 02. 27.

Feladatok

1. Keressük meg a $Beta(a, b)$ és a $Gamma(n, \lambda)$ eloszlások móduszát (a sűrűségfüggvény maximumhelyét).
2. Számítsuk ki a $Beta(a, b)$ eloszlás szórását.
3. Számítsuk ki a $Gamma(3, \lambda)$ eloszlás sűrűségfüggvényét a konvolúciós képlet segítségével.
4. Egy ruhaüzlet minden vásárlás után kuponcsomagot ad vásárlóinak. A csomagban négy darab kupon van, melyek mindegyike (egymástól függetlenül) p valószínűséggel 1000 forintos, $(1 - p)$ valószínűséggel pedig 5000 forintos kedvezményt ad a következő vásárlásból. Tíz vásárlásnál a csomagban levő 1000 forintos kuponok száma a következőképpen alakult: 3, 4, 4, 3, 4, 3, 2, 4, 1, 4.
 - a) Adjunk maximum likelihood becslést p -re.
 - b) Adjunk Bayes becslést p -re, ha az a priori eloszlás Béta(4, 2).
5. Ákosnak N darab szabályos érmeje van, ahol $N \in \{1, 2, \dots, 6\}$ ismeretlen paraméter. Ákos feldobta az érméket, és $X = 3$ fejet kapott.
 - a) Adjunk maximum likelihood becslést N -re.
 - b) Számítsuk ki N a posteriori eloszlását, és adjunk Bayes becslést N -re, ha az a priori eloszlás:

t	1	2	3	4	5	6
q(t)	1/12	2/12	3/12	3/12	2/12	1/12

6. Egy cég adminisztrátort keres. Egy jelentkezőnek n felvételi próbafeladatot kellett megoldania, melyek során rendre X_1, X_2, \dots, X_n hibát vétett. Feltesszük, hogy ez az n darab valószínűségi változó független, és $Poisson(\lambda)$ eloszlásúak.
 - a) Adjunk momentum módszerrel becslést λ -ra.
 - b) A cég sokéves tapasztalata alapján λ a priori eloszlása $Gamma(3, 1)$. Adjunk Bayes becslést λ -ra.
 - c) Számítsuk ki a fenti két becslést a következő két mintára:
 - i) 3, 4, 6
 - ii) 6, 5, 3, 6, 9, 5, 3, 3, 8, 7, 6, 9, 5, 1, 4, 6, 4, 6, 4, 6
7. Egy szerencsejáték-automata háromféle számot tud kipörgetni: 1-est $p/4$ eséllyel, 2-est $3p/4$ eséllyel, és 3-ast $(1 - p)$ eséllyel, ahol $0 < p < 1$ ismeretlen paraméter. 10 kör eredménye a következő lett: 2, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2, 3, 2.

Adjunk Bayes becslést p -re, ha az a priori eloszlás olyan $Beta$, melynek várható értéke $2/3$, szórásnégyzete pedig $1/18$.

Személyes adatok:

Név: Bondici László

E-mail: bondici@caesar.elte.hu

Honlap: <http://bondici.web.elte.hu/>

Valószínűségyszámítás 2

3. gyakorlat

2018. 02. 27.

Feladatok

1. Keressük meg a $Beta(a, b)$ és a $Gamma(n, \lambda)$ eloszlások móduszát (a sűrűségfüggvény maximumhelyét).
2. Számítsuk ki a $Beta(a, b)$ eloszlás szórását.
3. Számítsuk ki a $Gamma(3, \lambda)$ eloszlás sűrűségfüggvényét a konvolúciós képlet segítségével.
4. Egy ruhaüzlet minden vásárlás után kuponcsomagot ad vásárlóinak. A csomagban négy darab kupon van, melyek mindegyike (egymástól függetlenül) p valószínűséggel 1000 forintos, $(1 - p)$ valószínűséggel pedig 5000 forintos kedvezményt ad a következő vásárlásból. Tíz vásárlásnál a csomagban levő 1000 forintos kuponok száma a következőképpen alakult: 3, 4, 4, 3, 4, 3, 2, 4, 1, 4.
 - a) Adjunk maximum likelihood becslést p -re.
 - b) Adjunk Bayes becslést p -re, ha az a priori eloszlás Béta(4, 2).
5. Ákosnak N darab szabályos érmeje van, ahol $N \in \{1, 2, \dots, 6\}$ ismeretlen paraméter. Ákos feldobta az érméket, és $X = 3$ fejet kapott.
 - a) Adjunk maximum likelihood becslést N -re.
 - b) Számítsuk ki N a posteriori eloszlását, és adjunk Bayes becslést N -re, ha az a priori eloszlás:

t	1	2	3	4	5	6
q(t)	1/12	2/12	3/12	3/12	2/12	1/12

6. Egy cég adminisztrátort keres. Egy jelentkezőnek n felvételi próbafeladatot kellett megoldania, melyek során rendre X_1, X_2, \dots, X_n hibát vétett. Feltesszük, hogy ez az n darab valószínűségi változó független, és $Poisson(\lambda)$ eloszlásúak.
 - a) Adjunk momentum módszerrel becslést λ -ra.
 - b) A cég sokéves tapasztalata alapján λ a priori eloszlása $Gamma(3, 1)$. Adjunk Bayes becslést λ -ra.
 - c) Számítsuk ki a fenti két becslést a következő két mintára:
 - i) 3, 4, 6
 - ii) 6, 5, 3, 6, 9, 5, 3, 3, 8, 7, 6, 9, 5, 1, 4, 6, 4, 6, 4, 6
7. Egy szerencsejáték-automata háromféle számot tud kipörgetni: 1-est $p/4$ eséllyel, 2-est $3p/4$ eséllyel, és 3-ast $(1 - p)$ eséllyel, ahol $0 < p < 1$ ismeretlen paraméter. 10 kör eredménye a következő lett: 2, 3, 3, 3, 3, 3, 1, 2, 3, 2.

Adjunk Bayes becslést p -re, ha az a priori eloszlás olyan $Beta$, melynek várható értéke $2/3$, szórásnégyzete pedig $1/18$.

Személyes adatok:

Név: Bondici László

E-mail: bondici@caesar.elte.hu

Honlap: <http://bondici.web.elte.hu/>