Valószínűségszámítás 2.
11. Feladatsor
2018. 05. 08.

1. Legyen egy alkatrész i-edik példányának élettartama (évben) X_i, melyek függetlenek, és egyenletes eloszlásúak a (0, 1) intervallumon. Jelölje $N(t)$ a hozzájuk tartozó felújítási folyamatot, és $M(t) = \mathrm{E}(N(t))$ a felújítások számának várható értékét.
(a) Hová tart $M(t)/t$, ha $t \to \infty$?
(b) Tegyük fel, hogy fél év után akkor is kicseréljük az alkatrészt, ha még nem hibásodott meg. A új felújítási folyamat legyen $N^*(t)$, a várható értéke pedig $M^*(t)$. Hová tart $M^*(t)/t$, ha $t \to \infty$?
(c) A (b) részben leírt szabály esetén jelölje $L(t)$, hogy a $(0, t]$ intervallumban átlagosan hány alkatrész hibásodott ténylegesen meg. Hová tart $L(t)/t$, ha $t \to \infty$?
2. Tegyük fel, hogy egy berendezés $\lambda = 1/3$ paraméterű Poisson folyamat szerint érkező részecskéket számlál. Azonban minden regisztrált részecske $c = 6$ hosszúságú holtidőre lezárja a számlálót, azaz a holtidőben érkező részecskéket a berendezés nem számolja. Tekintsük a regisztrálásokhoz tartozó $N(t)$ felújítási folyamatot.
(a) Hová tart $M(t)/t$, ha $t \to \infty$?
(b) Hosszú távon a részecskéknek hányad részét regisztrálja a berendezés?
(c) Számítsuk ki, hogy a t időpont után várhatóan mennyi idő múlva érkezik a következő regisztrált részecske, ha t nagy!
3. Egy nemzeti parkban elektromos autókkal viszik körbe a látogatókat. Egy autóba a sofőrön kívül 4 utas fér. Tegyük fel, hogy $\lambda = 1/5$ paraméterű Poisson folyamat szerint érkeznek "látogató-csoportok" (az időt percben mérjük). A csoportok egy vagy két fősek: minden alkalommal, minden mástól függetlenül, 3/4 valószínűséggel csak egy látogató érkezik, 1/4 valószínűséggel pedig egyszerre ketten érkeznek. Ha legalább három látogató összejött, akkor elindul egy autó. Jelölje $M(t)$, hogy a (0, t] intervallumban várhatóan hány autó indul. Határozzuk meg, hogy ha a folyamat már régóta tart, akkor a következő órában várhatóan hány autó fog indulni, azaz $M(t + 60) - M(t)$ határértékét, ha $t \to \infty$!
4. Egy kétkarú lámpába egyforma égőket teszünk. A két égő élettartama (évben) egymástól független, és egyenletes eloszlású a (0, 1) intervallumon. Ha mindkét égő kiégett, akkor mindkettőt újra cseréljük.
(a) Határozzuk meg, hogy két égőcsere között várhatóan mennyi idő telik el!
(b) Számítsuk ki, hogy ha a folyamat már régóta tart, akkor várhatóan mennyi idő múlva lesz a következő égőcsere!
(c) Ha a folyamat már régóta tart, akkor kb. mennyi az esélye, hogy a következő 1/3 évben nem kell égőt cserélnünk?
5. Tündérországban az esők pillanatszerűek, és Poisson folyamat szerint jönnek. Két eső között átlagosan két nap telik el. A Tündérkirály kertésze akkor locsolja meg a kertet, ha azt már két napja (48 órája) nem érte víz. Definiáljunk három számláló folyamatot, melyek rendre az esőket, a locsolásokat, illetve a "vizezéseket" számolják. Döntsük el, hogy ezek közül melyek alkotnak felújítási folyamatot!

Valószínűségszámítás 2.
11. Feladatsor
2018. 05. 08.

1. Legyen egy alkatrész i-edik példányának élettartama (évben) X_i, melyek függetlenek, és egyenletes eloszlásúak a (0, 1) intervallumon. Jelölje $N(t)$ a hozzájuk tartozó felújítási folyamatot, és $M(t) = E(N(t))$ a felújítások számának várható értékét.
(a) Hová tart $M(t)/t$, ha $t \to \infty$?
(b) Tegyük fel, hogy fél év után akkor is kicseréljük az alkatrészt, ha még nem hibásodott meg. A új felújítási folyamat legyen $N^*(t)$, a várható értéke pedig $M^*(t)$. Hová tart $M^*(t)/t$, ha $t \to \infty$?
(c) A (b) részben leírt szabály esetén jelölje $L(t)$, hogy a $(0, t]$ intervallumban átlagosan hány alkatrész hibásodott ténylegesen meg. Hová tart $L(t)/t$, ha $t \to \infty$?
2. Tegyük fel, hogy egy berendezés $\lambda = 1/3$ paraméterű Poisson folyamat szerint érkező részecskéket számlál. Azonban minden regisztrált részecske $c = 6$ hosszúságú holtidőre lezárja a számlálót, azaz a holtidőben érkező részecskéket a berendezés nem számolja. Tekintsük a regisztrálásokhoz tartozó $N(t)$ felújítási folyamatot.
(a) Hová tart $M(t)/t$, ha $t \to \infty$?
(b) Hosszú távon a részecskéknek hányad részét regisztrálja a berendezés?
(c) Számítsuk ki, hogy a t időpont után várhatóan mennyi idő múlva érkezik a következő regisztrált részecske, ha t nagy!
3. Egy nemzeti parkban elektromos autókkal viszik körbe a látogatókat. Egy autóba a sofőrön kívül 4 utas fér. Tegyük fel, hogy $\lambda = 1/5$ paraméterű Poisson folyamat szerint érkeznek "látogató-csoportok" (az időt percben mérjük). A csoportok egy vagy két fősek: minden alkalommal, minden mástól függetlenül, 3/4 valószínűséggel csak egy látogató érkezik, 1/4 valószínűséggel pedig egyszerre ketten érkeznek. Ha legalább három látogató összejött, akkor elindul egy autó. Jelölje $M(t)$, hogy a (0, t] intervallumban várhatóan hány autó indul. Határozzuk meg, hogy ha a folyamat már régóta tart, akkor a következő órában várhatóan hány autó fog indulni, azaz $M(t + 60) - M(t)$ határértékét, ha $t \to \infty$!
4. Egy kétkarú lámpába egyforma égőket teszünk. A két égő élettartama (évben) egymástól független, és egyenletes eloszlású a (0, 1) intervallumon. Ha mindkét égő kiégett, akkor mindkettőt újra cseréljük.
(a) Határozzuk meg, hogy két égőcsere között várhatóan mennyi idő telik el!
(b) Számítsuk ki, hogy ha a folyamat már régóta tart, akkor várhatóan mennyi idő múlva lesz a következő égőcsere!
(c) Ha a folyamat már régóta tart, akkor kb. mennyi az esélye, hogy a következő 1/3 évben nem kell égőt cserélnünk?
5. Tündérországban az esők pillanatszerűek, és Poisson folyamat szerint jönnek. Két eső között átlagosan két nap telik el. A Tündérkirály kertésze akkor locsolja meg a kertet, ha azt már két napja (48 órája) nem érte víz. Definiáljunk három számláló folyamatot, melyek rendre az esőket, a locsolásokat, illetve a "vizezéseket" számolják. Döntsük el, hogy ezek közül melyek alkotnak felújítási folyamatot!