

Sztochasztikus analízis

8. gyakorlat

2017. 11. 09.

Feladatok

1. A Clark-Ocone formula segítségével számítsuk ki a következő változók integrálreprezentációját:
 - a) $F = W_T^3$;
 - b) $F = e^{2W_1}$.
2. Számítsuk ki az előző feladatban szereplő valószínűségi változók integrálreprezentációját az Itô-formula célravezető alkalmazásával is.
3. Döntsük el, hogy u Szkorohod integrálható-e, és határozzuk meg δu -t, ha
 - a) $u_t = W_t$;
 - b) $u_t = e^{W_T}$.
4. Legyen $F = \exp(W(h) - \frac{1}{2}\|h\|^2)$, $h \in L^2([0, T])$, továbbá $L = \delta D$. Mutassuk meg, hogy $F \in \text{dom } L$ és $LF = (W(h) - \|h\|^2)F$.
5. Legyen W_t egy Wiener-folyamat, valamint τ egy nem konstans, véges értékészlettel rendelkező megállási idő. Mutassuk meg, hogy a W_τ valószínűségi változó nem Malliavin deriválható.
6. Legyen $F \in \mathbb{D}^{1,2}$ olyan, hogy $1/|F| \in L^2(\Omega)$. Mutassuk meg, hogy ekkor $\mathbb{P}(F > 0)$ vagy 0, vagy 1.
Útmutatás. Először ellenőrizzük, hogy $\mathbb{E}(\text{sign}(F)\delta u) = 0$, ha u korlátos és Szkorohod-integrálható.

Házi feladat

1. A Clark-Ocone formula segítségével számítsuk ki a következő változók integrálreprezentációját:
 - a) $F = W_T^4$;
 - b) $F = e^{4W_1}$.
2. Számítsuk ki az előző feladatban szereplő valószínűségi változók integrálreprezentációját az Itô-formula célravezető alkalmazásával is.

Személyes adatok:

Név: Bondici László

E-mail: bondici@caesar.elte.hu

Honlap: <http://bondici.web.elte.hu/>

Sztochasztikus analízis

8. gyakorlat

2017. 11. 09.

Feladatok

1. A Clark-Ocone formula segítségével számítsuk ki a következő változók integrálrepresentációját:
 - a) $F = W_T^3$;
 - b) $F = e^{2W_1}$.
2. Számítsuk ki az előző feladatban szereplő valószínűségi változók integrálrepresentációját az Itô-formula célravezető alkalmazásával is.
3. Döntsük el, hogy u Szkorohod integrálható-e, és határozzuk meg δu -t, ha
 - a) $u_t = W_t$;
 - b) $u_t = e^{W_T}$.
4. Legyen $F = \exp(W(h) - \frac{1}{2}\|h\|^2)$, $h \in L^2([0, T])$, továbbá $L = \delta D$. Mutassuk meg, hogy $F \in \text{dom } L$ és $LF = (W(h) - \|h\|^2)F$.
5. Legyen W_t egy Wiener-folyamat, valamint τ egy nem konstans, véges értékészlettel rendelkező megállási idő. Mutassuk meg, hogy a W_τ valószínűségi változó nem Malliavin deriválható.
6. Legyen $F \in \mathbb{D}^{1,2}$ olyan, hogy $1/|F| \in L^2(\Omega)$. Mutassuk meg, hogy ekkor $\mathbb{P}(F > 0)$ vagy 0, vagy 1.
Útmutatás. Először ellenőrizzük, hogy $\mathbb{E}(\text{sign}(F)\delta u) = 0$, ha u korlátos és Szkorohod-integrálható.

Házi feladat

1. A Clark-Ocone formula segítségével számítsuk ki a következő változók integrálrepresentációját:
 - a) $F = W_T^4$;
 - b) $F = e^{4W_1}$.
2. Számítsuk ki az előző feladatban szereplő valószínűségi változók integrálrepresentációját az Itô-formula célravezető alkalmazásával is.

Személyes adatok:

Név: Bondici László

E-mail: bondici@caesar.elte.hu

Honlap: <http://bondici.web.elte.hu/>