

# Sztochasztikus analízis

## 12. gyakorlat

2017. 12. 07.

### Információk

Következő órán (2017.12.14) ZH. Egy lapnyi saját kézzel írott puska használható.

### Feladatok

1. Legyen  $F, G \in \mathbb{D}^{1,2}$  úgy, hogy  $G$  és  $\|DG\|_{L^2[0,T]}$  korlátosak. Mutassuk meg, hogy ekkor  $FG \in \mathbb{D}^{1,2}$  és  $DFG = FDG + GDF$ .

2. A Clark-Ocone formula segítségével számítsuk ki a következő változók integrálreprezentációját:

a)  $F = W_T^5$ ;

b)  $F = e^{6W_1}$ .

3. Legyen  $(W_t)_{t \geq 0}$  Wiener-folyamat. Adjuk meg a

$$dX_t = 3X_t^{\frac{1}{3}} dt + 3X_t^{\frac{2}{3}} dW_t, X_0 = 0$$

sztochasztikus differenciálegyenletnek legalább két megoldását zárt alakban.

4. Legyen  $(W_t)_{t \geq 0}$  Wiener-folyamat. Legyen továbbá  $\sigma = \sup\{t \in [0, 1], W_t = 0\}$  az 1 előtti utolsó nullhely. Igazoljuk, hogy a

$$\beta_t = \frac{W_{t\sigma}}{\sqrt{\sigma}}, t \in [0, 1]$$

folyamat Brown-híd.

5. Kvantos interjúkérdések

a) Legyen  $(W_t)_{t \geq 0}$  Wiener-folyamat, és legyen  $X_t$  egy olyan folyamat, amely kielégíti a

$$dX_t = \mu X_t dt + \sigma X_t dW_t, \sigma > 0$$

egyenletet. Határozzuk meg az  $\alpha$ -t úgy, hogy  $X_t^\alpha$  martingál legyen.

b) Tekintsük a következő SDE-t:

$$dX_t = -CX_t dt + \sigma dW_t, X_0 = x, C, \sigma > 0.$$

Számoljuk ki  $X_t$  várható értékét és szórásnégyzetét.

c) Legyen  $X_t = \int_0^t W_s ds$ . Számoljuk ki  $X_t$  szórásnégyzetét.

---

Személyes adatok:

Név: Bondici László

E-mail: bondici@caesar.elte.hu

Honlap: <http://bondici.web.elte.hu/>

# Sztochasztikus analízis

## 12. gyakorlat

2017. 12. 07.

### Információk

Következő órán (2017.12.14) ZH. Egy lapnyi saját kézzel írott puska használható.

### Feladatok

1. Legyen  $F, G \in \mathbb{D}^{1,2}$  úgy, hogy  $G$  és  $\|DG\|_{L^2[0,T]}$  korlátosak. Mutassuk meg, hogy ekkor  $FG \in \mathbb{D}^{1,2}$  és  $DFG = FDG + GDF$ .

2. A Clark-Ocone formula segítségével számítsuk ki a következő változók integrálreprezentációját:

a)  $F = W_T^5$ ;

b)  $F = e^{6W_1}$ .

3. Legyen  $(W_t)_{t \geq 0}$  Wiener-folyamat. Adjuk meg a

$$dX_t = 3X_t^{\frac{1}{3}} dt + 3X_t^{\frac{2}{3}} dW_t, X_0 = 0$$

sztochasztikus differenciálegyenletnek legalább két megoldását zárt alakban.

4. Legyen  $(W_t)_{t \geq 0}$  Wiener-folyamat. Legyen továbbá  $\sigma = \sup\{t \in [0, 1], W_t = 0\}$  az 1 előtti utolsó nullhely. Igazoljuk, hogy a

$$\beta_t = \frac{W_{t\sigma}}{\sqrt{\sigma}}, t \in [0, 1]$$

folyamat Brown-híd.

5. Kvantos interjúkérdések

a) Legyen  $(W_t)_{t \geq 0}$  Wiener-folyamat, és legyen  $X_t$  egy olyan folyamat, amely kielégíti a

$$dX_t = \mu X_t dt + \sigma X_t dW_t, \sigma > 0$$

egyenletet. Határozzuk meg az  $\alpha$ -t úgy, hogy  $X_t^\alpha$  martingál legyen.

b) Tekintsük a következő SDE-t:

$$dX_t = -CX_t dt + \sigma dW_t, X_0 = x, C, \sigma > 0.$$

Számoljuk ki  $X_t$  várható értékét és szórásnégyzetét.

c) Legyen  $X_t = \int_0^t W_s ds$ . Számoljuk ki  $X_t$  szórásnégyzetét.

---

Személyes adatok:

Név: Bondici László

E-mail: bondici@caesar.elte.hu

Honlap: <http://bondici.web.elte.hu/>